

Entscheidungen unter Unsicherheit

Grundlagen, neuere Entwicklungen und Anwendungen

Dr. Celso Gustavo Stall Sikora

Lehrvortrag im Rahmen des Berufungsverfahrens
Professur (W2 Tenure Track W3) für Decision Support und Business Analytics
Fakultät für Wirtschaftswissenschaften, Universität Bielefeld

8. Oktober 2026

Einordnung dieser Vorlesungseinheit

Gedachter Rahmen

Vorlesungseinheit in einem Modul zu *Entscheidungsunterstützung / Operations Research* (fortgeschrittener Bachelor / früher Master)

Lernziele — nach diesen 20 Minuten können Sie ...

1. erklären, warum *Planung mit dem Durchschnitt* bei Unsicherheit systematisch zu schlechten Entscheidungen führt,
2. reale Planungsprobleme in die Struktur **Entscheiden** → **Beobachten** → **Reagieren** übersetzen und als zweistufiges Optimierungsproblem formulieren und lösen.

Anwendungsbeispiel heute: Personaleinsatzplanung im Krankenhaus

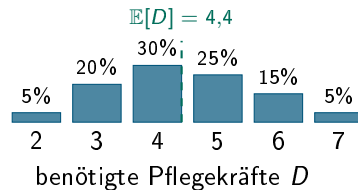
Samstagnacht auf Station 7

- ▶ Mitte September: Die Stationsleitung erstellt den **Dienstplan für Oktober** — darunter vier Samstagnächte.
- ▶ Der **Personalbedarf** jeder Nacht ist heute unbekannt (Belegung, Akutfälle, Krankmeldungen); per Personalschlüssel (PPR 2.0) gilt: *unsichere Belegung* $\Rightarrow$ *unsicherer Bedarf*.
- ▶ Die Verteilung kennen wir aus der Vergangenheit — die Situation *wiederholt sich* Monat für Monat.

Ihre Entscheidung:

Wie viele Pflegekräfte planen Sie pro Samstagnacht fest ein?

Bedarfsverteilung (Beispielstation)



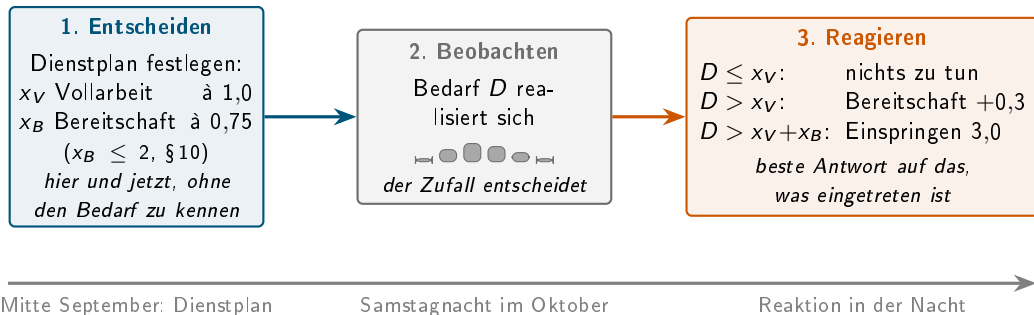
Womit kann die Station reagieren? — die reale Kostenleiter

Instrument	wann	Kosten (stilisiert)	Grundlage
Vollarbeit (Nachtdienst)	im Voraus	1,0 / Schicht	Tarifentgelt
Bereitschaftsdienst (im Haus)	im Voraus	0,75 + 0,3 je Einsatz	§ 12, Stufe II
Rufbereitschaft (zu Hause)	im Voraus	≈ 0,3 Pauschale + Einsatz	§ 11
Einspringen / kurzfr. Ersatz	<i>in der Nacht</i>	3,0	Prämie, Zuschläge, Leiharbeit

- ▶ Bereitschaft ist **bezahltes Warten**. Häufiger Einsatz treibt aber die Stufe (75 % → 90 %): stilisiert +0,3 je Einsatz — aktiviert also 1,05 > 1,0.
- ▶ Sie darf **Regelarbeit nicht ersetzen** (§ 10): im Modell $x_B \leq 2$. Rufbereitschaft nur bei Ausnahme-Einsätzen (§ 10 Abs. 8) — heute nicht im Modell (Übungsaufgabe).

Stilisiert nach TV-Ärzte/VKA §§ 10–12; Zuschläge (§ 11) stecken bereits in 1,0 bzw. 0,75; Einspringprämie 75–125 €, Leiharbeit 2–3-fach.

Die Struktur des Problems



Gesucht: x_V, x_B mit minimalen **Plankosten** + **erwarteten Reaktionskosten**

$$\min_{x_V, x_B \leq 2} \underbrace{1,0 x_V + 0,75 x_B}_{\text{jetzt, sicher}} + \underbrace{\mathbb{E}_D [0,3 \cdot B(D) + 3,0 \cdot S(D)]}_{\text{später, im Erwartungswert}}$$

$B(D) = \min(\max(D - x_V, 0), x_B)$: aktivierte Bereitschaft $S(D) = \max(D - x_V - x_B, 0)$: Einspringer

Warum nicht einfach “für den Durchschnitt” planen?

Eine Kraft zu wenig

Einspringen: 3,0

Eine Kraft zu viel

bezahlte ruhige Nacht: 1,0

- ▶ Die Fehlerkosten sind **asymmetrisch** (3 : 1) — zu knapp ist dreimal so teuer wie zu großzügig.
- ▶ Also plant man *nicht* den Erwartungswert, sondern **über** ihm — und zwar so weit, bis zusätzliche Sicherheit teurer wird als das Restrisiko.
- ▶ Der Durchschnitt ignoriert genau das: “*Im Mittel reicht es*” hilft nicht, wenn die teuren Nächte die billigen nicht ausgleichen (*Flaw of Averages*).

Faustregel: kritisches Verhältnis — plane, bis $\Pr(D > \text{Kapazität})$ klein genug ist

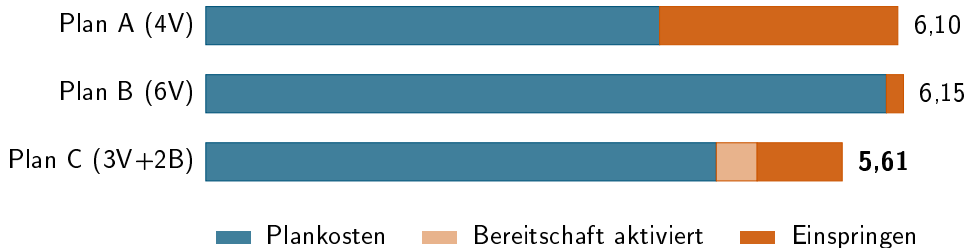
Drei Pläne zur Wahl — welchen nehmen Sie?

	Logik	Vollarbeit	Bereitschaft
Plan A “Durchschnittsplan”	$\mathbb{E}[D] = 4,4$, also ≈ 4	4	0
Plan B “Auf Nummer sicher”	Maximalbedarf abdecken	6	0
Plan C “Portfolio”	fester Kern + flexibler Puffer	3	2

Abstimmung per Handzeichen: A, B oder C?

(Zur Erinnerung: Vollarbeit 1,0 — Bereitschaft 0,75, bei Einsatz +0,3 — Einsparungen 3,0)

Auflösung: erwartete Kosten pro Samstagnacht



- ▶ Die beiden *Extreme* kosten fast gleich viel — zu knapp planen (A) und zu sicher planen (B) sind **gleich teuer**, nur aus verschiedenen Gründen.
- ▶ Das **Portfolio** (Plan C, optimal) spart $\approx 8\%$: rund eine halbe Schicht pro Nacht — über Stationen und Jahre ein sechsstelliger Betrag.
- ▶ Einspringen nötig: bei Plan A in **45 %** der Nächte, bei Plan C in nur **20 %**.

Was die Optimierung uns hier lehrt

Erwartete Gesamtkosten (x_V, x_B)

	$x_B=0$	1	2
$x_V=2$	9,20	7,38	6,11
3	7,35	6,08	5,61
4	6,10	5,63	5,85
5	5,75	5,96	6,58
6	6,15	6,76	7,51

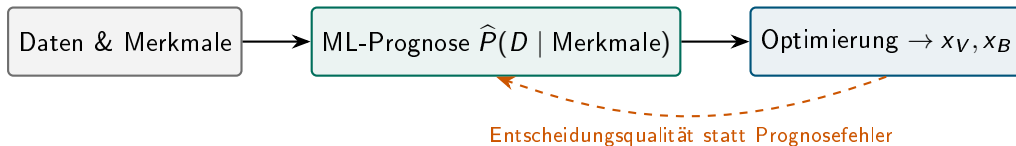
$x_B \leq 2$ wegen § 10 (keine Regularbeit)

- ▶ Wer *deterministisch* mit $\mathbb{E}[D]$ plant (5 Vollarbeit): 5,75.
Die stochastische Lösung spart 0,14 — der **Value of the Stochastic Solution**.
- ▶ Wichtiger als die Prozente: die **Struktur**. Bei *bekanntem* Bedarf enthält kein optimaler Plan Bereitschaft: aktiviert kostet sie $1,05 > 1,0$ — und rechtlich wäre sichere Arbeit ohnehin Vollarbeit (die BD-Stufen enden bei 49 %).

**Der Bereitschaftsdienst existiert nur,
weil es Unsicherheit gibt.**

Neuere Entwicklungen I: Woher kommt die Verteilung? Aus Daten.

- ▶ Klassisch: Verteilung *angenommen* oder aus historischen Häufigkeiten geschätzt — wie in unserem Beispiel.
- ▶ Heute: **Prognosemodelle mit Merkmalen** — Wochentag, Saison, Belegung, Grippewelle, Ferien ...
⇒ eine *eigene* Verteilung für jede Nacht (datengetriebene Szenarien).
- ▶ Aber Vorsicht: die **beste Prognose** ist nicht die **beste Entscheidung** — unsere Kosten sind asymmetrisch (3 : 1)!
- ▶ Deshalb: *kontextuelle Optimierung* — Prognose und Entscheidung zusammen denken (“predict, then optimize” bis “learn to decide”).



Neuere Entwicklungen II: Wenn die Modelle groß werden, hilft ML beim Lösen

- ▶ Der echte Dienstplan ist nicht *eine* Nacht: ein Monat, mehrere Stationen, Qualifikationen, Ruhezeiten, Fairness, Präferenzen — Optimierungsmodelle mit **Millionen Variablen**.
- ▶ Neuer Ansatz: **Machine Learning lernt, das Modell zu verkleinern** — welche Entscheidungen kommen in guten Lösungen überhaupt vor? Erst reduzieren, dann exakt lösen.
- ▶ Genau für die Dienstplanung entwickelt — **hier in Bielefeld**: ML sagt voraus, welche Knoten des Planungsnetzwerks relevant sind; die reduzierten Modelle bleiben in fast allen Fällen *optimal* lösbar.

Porrmann, T., Römer, M. (2021): *Learning to Reduce State-Expanded Networks for Multi-Activity Shift Scheduling*. CPAIOR 2021, S. 383–391.

Die Verbindung von Optimierung und maschinellem Lernen ist eines der aktivsten Forschungsfelder des Operations Research — in beide Richtungen.

Vom Beispiel zur Wirklichkeit — dieselbe Struktur, größer

Der echte Dienstplan

- ▶ ein Monat, alle Schichten, mehrere Stationen
- ▶ Ruhezeiten und Höchstarbeitszeiten (ArbZG — seit dem EuGH-Urteil *Jaeger* 2003 zählt Bereitschaft voll als Arbeitszeit)
- ▶ Qualifikationen, Fairness, Präferenzen, Wunschfrei

⇒ das Forschungsfeld
Personaleinsatzplanung (Überblick: Erhard et al., EJOR 2018)

Dieselbe Entscheidungsstruktur ...

- ▶ Kapazität jetzt festlegen — Nachfrage beobachten — teuer nachsteuern:
- ▶ Produktionskapazität unter Nachfrageunsicherheit
- ▶ Lagerbestände und Ersatzteile
- ▶ Energiebeschaffung, Netz- und Infrastrukturplanung

Zwei Stufen sind der Anfang: mehrstufige Entscheidungen, Risikomaße, robuste Planung ...

Was Sie mitnehmen

1. **Planen mit dem Durchschnitt scheitert systematisch**, wenn Fehlerkosten asymmetrisch sind — und das sind sie fast immer.
2. Reale Entscheidungen haben die Struktur **Entscheiden** – **Beobachten** – **Reagieren**: als zweistufiges Optimierungsproblem formulierbar und lösbar.
3. Die optimale Antwort auf Unsicherheit ist oft ein **Portfolio** aus festen und flexiblen Ressourcen — Flexibilität hat einen berechenbaren Wert.

**Der Bereitschaftsdienst existiert nur, weil es Unsicherheit gibt —
und die Optimierung sagt uns, wie viel davon wir brauchen.**

Nächste Vorlesung: das kritische Verhältnis formal — und was passiert, wenn die Verteilung aus Daten gelernt wird.